

Autorizovaný software

TEPNAP-IR SfePy

Software pro výpočet rozložení teplot a
tepelných napětí na rotačních součástech

Ing. Robert Cimrman, Ph.D.

Ing. Michal Švantner, Ph.D.

Anotace

Popisuje se software, který byl vytvořen pro výpočet rozložení teplot a tepelných deformací rotačních součástí, např. vlakových brzdových kotoučů nebo kotoučů okružní pily. Software byl vyvinut v programovacím jazyku Python pro hodnocení termo-elastických nestabilit. Vstupem je soubor diskrétních měřených hodnot teplot na součásti v průběhu tribologického procesu zatížení a definiční soubor MKP (metoda konečných prvků) sítě. Software načte oba soubory, provede interpolaci teploty a vytvoří teplotní okrajovou podmínku pro výpočet nestacionární tepelné úlohy. Dále provede tepelnou analýzu podle zadaných okrajových a počátečních podmínek a následnou termo-elastickou analýzu. Prováděné výpočty jsou na bázi metody konečných prvků. Součástí vyhodnocení je export grafických a numerických výsledků do požadovaného formátu.

1. Účel použití softwaru

Třecí systémy jsou jednou z nejvýznamnějších součástí mnoha technických zařízení. Vlastní proces je provázen mnoha jevy – ohřev komponent, mechanické namáhání, opotřebení nebo vznik **termoelastických nestabilit (TEN)**, který se projevuje prudkým lokálním nárůstem teploty v určitých místech součásti a s tím souvisejících jevů (vibrace, změna účinnosti apod.).

Významným faktorem pro návrh např. třecích spojek a pro hodnocení jejich použití jsou termoelastická napětí vznikající v důsledku ohřevu disku. Příliš vysoká napětí mohou vést k deformacím, které v určitých případech mohou dospět až k porušení součásti, vlivem TEN pak může docházet i k lokální plastické deformaci. Vzhledem k velmi problematické možnosti přímého měření napětí a deformací je potřeba úlohu stanovení napětí řešit nepřímou.

- Byl vyvinut systém pro měření rozložení teplot na třecím kotouči v průběhu procesu. Hodnoty teplot v daném čase na daném poloměru slouží jako vstupní soubor pro vyvíjený software
- Software načte hodnoty teplot povrchu disku, interpoluje měřené hodnoty na MKP síť, doplní další okrajové podmínky a provede nestacionární výpočet rozložení teplot v celé součásti v průběhu procesu pomocí MKP numerického výpočtu
- Na základě výsledků tepelné úlohy jsou spočítány tepelně-mechanické napětí, deformace a posuvy součásti v průběhu procesu.

2. Popis softwaru

2.1 Základní vlastnosti

- **Program je napsán v programovacím jazyku Python**
 - Python je interpretovaný objektově orientovaný programovací jazyk, který v roce 1990 navrhl Guido van Rossum. Python je vyvíjen jako open source projekt, který zdarma nabízí instalační balíky pro většinu běžných platforem (Unix, Windows, Mac OS)
 - Python je vhodný pro psaní webových a síťových aplikací, skriptů, systémových programů, používá se při paralelním programování, pro Python existuje mnoho podpůrných balíčků a knihoven pro matematické operace a vědecké výpočty
- **Pro tepelné a mechanické výpočty se využívá metoda konečných prvků (MKP)**
 - MKP je numerická metoda pro řešení parciálních diferenciálních a integrálních rovnic, která patří do skupiny variačních úloh
 - MKP je založena na rozdělení řešené oblasti do samostatných podoblastí (tj. diskretizaci) a aproximaci skutečného řešení diskrétními hodnotami na uzlech jednotlivých prvků
 - Metoda MKP je jednou z nejpoužívanějších numerických metod pro řešení mechanických, tepelných a mnoha dalších úloh a na principu MKP pracuje mnoho komerčních výpočetních systémů

```
equations = {  
    'eq_1':  
        """dw_mass_scalar.ivol.Omega( s, dT/dt )  
        + dw_laplace.ivol.Omega( m.conductivity, s, T )  
        + dw_bc_newton.isurf.Radiation( m.capacity, m.t_infty, s, T )  
        = 0""",  
}  
  
solver_0 = {  
    'name': 'ls_i',  
    'kind': 'ls.petsc', # Iterative solver.  
  
    'method': 'cg', # ksp_type  
    'precond': 'icc', # pc_type  
    'eps_a': 1e-12, # abstol  
    'eps_r': 1e-12, # rtol  
    'i_max': 1000, # maxits  
}
```

2. Popis softwaru

2.2 Funkce

- MKP analýza úloh vedení tepla a termoelasticity
- Automatický výběr podoblastí MKP sítě pro zadávání okrajových podmínek

Příklad:

```
regions = {  
  'Omega' : ('all', {}),  
  'Top_T' : ('nodes by select_top', {'can_cells' : False}),  
  'Bottom_T' : ('nodes in (z < 0.001)', {'can_cells' : False}),  
  'Radiation' : ('nodes in (z < 0.026) & (z > 0.024)', {'can_cells' : True}),  
}
```

- Možnost zadání anizotropních a nehomogenních materiálových dat
- Rychlá interpolace měřených teplot do uzlů MKP sítě (díky pravidelné struktuře bodů měření)
- Sondy pro tvorbu grafů průběhu veličin na zvolené množině bodů (úsečka, kružnice, ...)
- Výběr několika standardních lineárních řešičů
- Snadná rozšiřitelnost
- Standardní formáty pro ukládání výsledků (HDF5, VTK)

2. Popis softwaru

2.3 Ovládání programu

Popis řešených problémů i volitelné parametry jsou uloženy v textových souborech souborech v syntaxi jazyka Python:

- **temperature.py** – popis problému a parametry výpočtu vedení tepla
- **thermo_elasticity.py** – popis problému a parametry výpočtu tepelně mechanické úlohy

Toto řešení přináší několik výhod:

- Možnost plného využití programovacích prostředků a knihoven Pythonu
- Matematickou definici problému ve snadno čitelné podobě
- Změnu materiálových a jiných parametrů výpočtu je možno provést v libovolném textovém editoru.

2. Popis softwaru

2.3 Ovládání programu - spouštění úloh, postprocessing a vizualizace výsledků

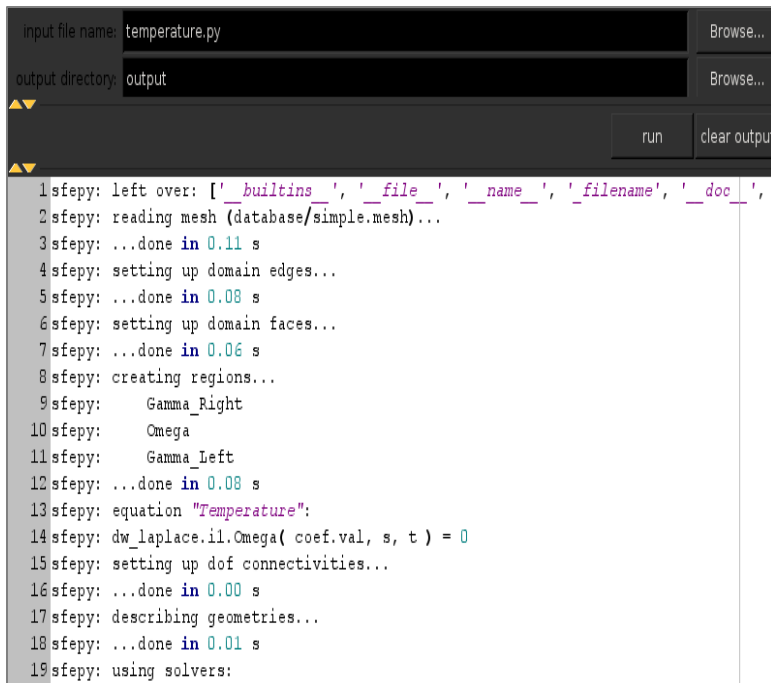
Softwarový balík umožňuje podle potřeby použít ovládání pomocí příkazové řádky nebo jednoduchého grafického uživatelského rozhraní (GUI):

- **Spuštění výpočtu pomocí příkazové řádky:**
 - `python simple.py temperature.py` (řešení teplotní úlohy)
 - `python simple.py thermo_elasticity.py` (řešení tepelně mechanické úlohy)
- **Spuštění výpočtu pomocí grafického uživatelského rozhraní:**
 - `python sfepy_gui.py` (nahrají se soubory `temperature.py` a následně `thermo_elasticity.py`)
- **Výsledky a vizualizace:**
 - Výsledky simulací jsou ukládány do adresáře zvoleného ve vstupních souborech ve formátu HDF5 (<http://www.hdfgroup.org/HDF5/>).
 - `python postproc.py <soubor_s_vysledky>` (vizualizace se objeví v okně s grafickým uživatelským rozhráním, kde lze dále upravovat parametry zobrazení)
- **Nápověda:**
 - Všechny spustitelné programy mají nápovědu přístupnou pomocí přepínače `--help`, např: `python postproc.py --help`

2. Popis softwaru

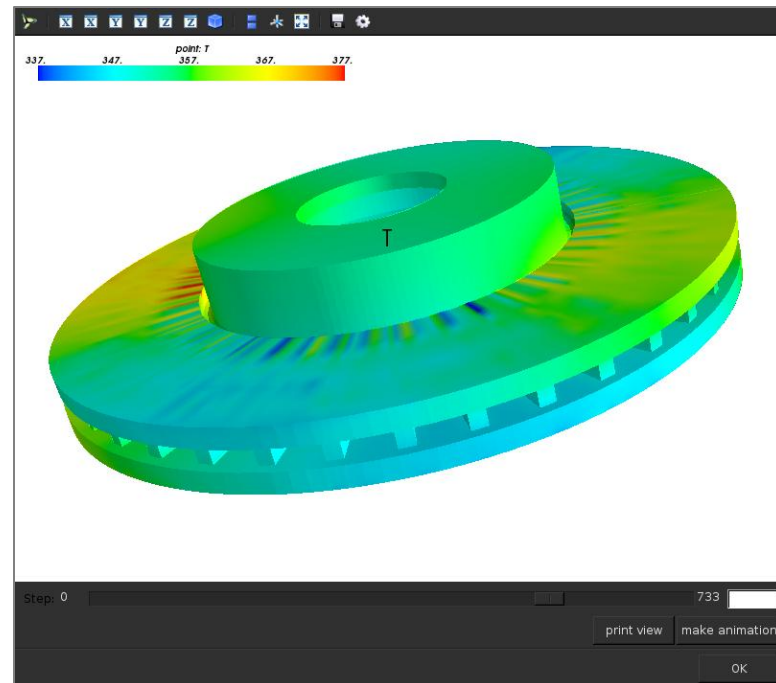
2.3 Ovládání programu - ukázka GUI

Jednoduché GUI pro spouštění úloh



```
1 sfepy: left over: ['_builtins_', '_file_', '_name_', '_filename_', '_doc_',
2 sfepy: reading mesh (database/simple.mesh)...
3 sfepy: ...done in 0.11 s
4 sfepy: setting up domain edges...
5 sfepy: ...done in 0.08 s
6 sfepy: setting up domain faces...
7 sfepy: ...done in 0.06 s
8 sfepy: creating regions...
9 sfepy:   Gamma_Right
10 sfepy:   Omega
11 sfepy:   Gamma_Left
12 sfepy: ...done in 0.08 s
13 sfepy: equation "Temperature":
14 sfepy: dw_laplace.il.Omega( coef.val, s, t ) = 0
15 sfepy: setting up dof connectivities...
16 sfepy: ...done in 0.00 s
17 sfepy: describing geometries...
18 sfepy: ...done in 0.01 s
19 sfepy: using solvers:
```

GUI pro vizualizaci výsledků



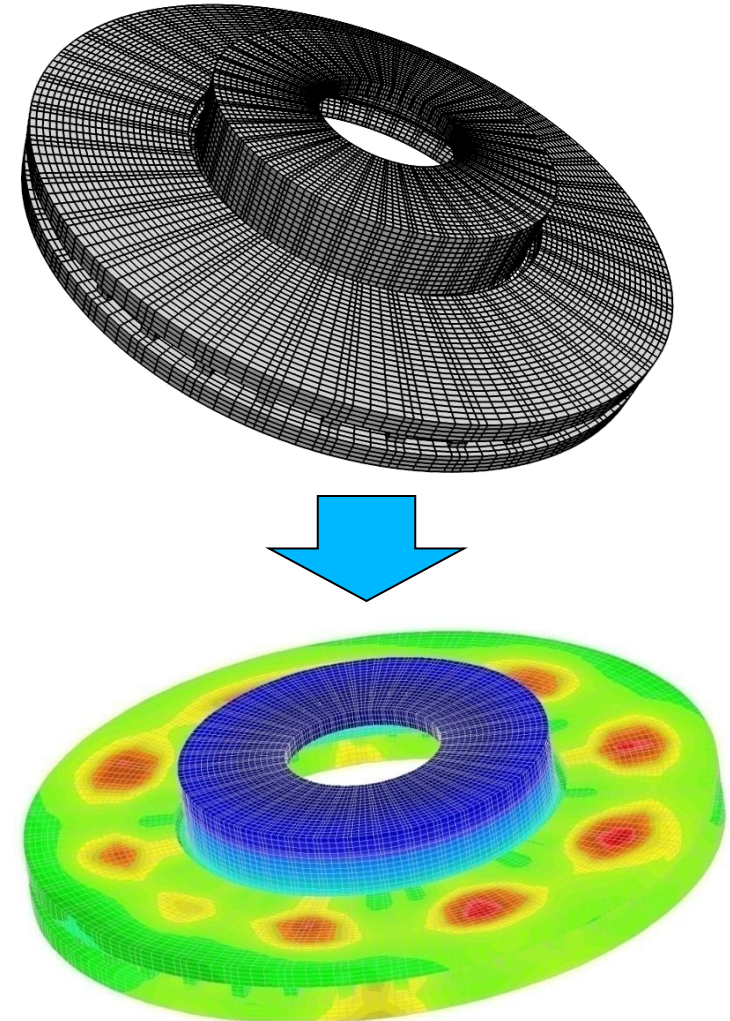
Grafické uživatelské rozhraní je vytvořeno na základě open-source knihoven Mayavi

<http://code.enthought.com/projects/mayavi>

2. Popis softwaru

2.4 Vstupy

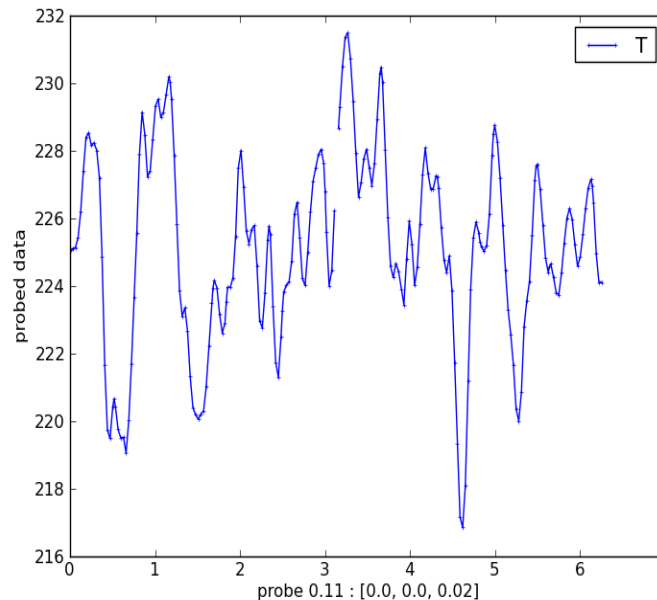
- **Výpočet probíhá ve dvou fázích:**
 1. Analýza rozložení teploty na základě měření
 2. Termo-elastická analýza
- **Vstupy fáze 1:**
 - Soubor ve formátu HDF5 s naměřenými teplotami na povrchu disku (zpracovaný soubor s numerickými hodnotami teplot)
 - MKP síť součásti (vytvořená ručně nebo v externím programu)
 - Materiálové parametry pro teplotní analýzu (tepelná vodivost, kapacita, teplota okolí) zadané do programu
- **Vstupy fáze 2:**
 - Časový záznam rozložení teploty součásti (výstup z fáze 1)
 - Materiálové parametry pro termo-elastickou analýzu (Lamého elastické konstanty, koeficient tepelné roztažnosti)



2. Popis softwaru

2.5 Výstupy

- 3D rozložení polí teplot, posuvů, deformací, napětí atd.
- Grafy průběhu veličin na zvolené množině bodů (úsečka, kružnice, ...) ve vybraných časech
- Časové historie veličin ve zvolených bodech



Průběh teploty po středové kružnici

2. Popis softwaru

2.6 Vnitřní struktura programu – značení veličin

Matematický model: Značení veličin pro vysvětlení funkce programu

| | |
|--|---|
| t | : čas |
| T | : teplota |
| $\underline{u} = \{u_i\}$ | : vektor posuvů |
| $\underline{\underline{\sigma}} = \{\sigma_{ij}\}$ | : Cauchyho tenzor napětí |
| $\underline{\underline{e}} = \{e_{ij}\}$ | : tenzor malých deformací, $e_{ij}(\underline{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ |
| $\underline{\underline{I}} = \{\delta_{ij}\}$ | : tenzor identity, Kroneckerův symbol |
| T_0 | : referenční teplota |
| T_∞ | : teplota okolí |
| β | : koeficient přestupu tepla |
| λ, μ | : Lamého elastické konstanty |
| $D_{(4)} = \{D_{ijkl}\}$ | : elastický tenzor |
| α | : koeficient tepelné roztažnosti |
| $\bar{\alpha}$ | : koeficient tepelné napjatosti, $\bar{\alpha} = (3\lambda + 2\mu)\alpha$ |
| s | : testovací funkce teploty |
| $\underline{v} = \{v_i\}$ | : testovací funkce posuvů |
| V^u, V^T | : prostory funkcí posuvů a teploty ve slabé formulaci |
| V_0^u, V_0^T | : restrikce prostorů na funkce nulové na hranici s Dirichletovskými o. p. |

2. Popis softwaru

2.6 Vnitřní struktura programu – model

Matematický model fyzikálních dějů pro výpočet rozložení teplot a napětí

1. Vedení tepla

Počáteční podmínky: nulová teplota v celé oblasti

Okrajové podmínky: naměřená teplota na povrchu

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \Delta T = 0 \quad \beta(T - T_\infty) = 0 \text{ na } \Gamma$$

2. Tepelná napětí (thermo-elasticita)

Počáteční podmínky: nulové posuvy

Okrajové podmínky: fixovaný spodek kotouče

$$-\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} = 0$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} e_{kl}(u) - \bar{\alpha} \delta_{ij} (T - T_0)$$

$$D_{ijkl} = \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \lambda \delta_{ij}\delta_{kl}$$



Rozložení teploty T dáno v uzlech MKP sítě předchozím výpočtem vedení tepla.

2. Popis softwaru

2.6 Vnitřní struktura programu – MKP formulace

Matematický model – slabá formulace

Integrální rovnice, které vycházejí z matematického modelu procesu a jsou výchozím bodem pro diskretizaci a výpočet pomocí metody konečných prvků (MKP.)

1. Vedení tepla: najít $T \in V^T$ takové, že

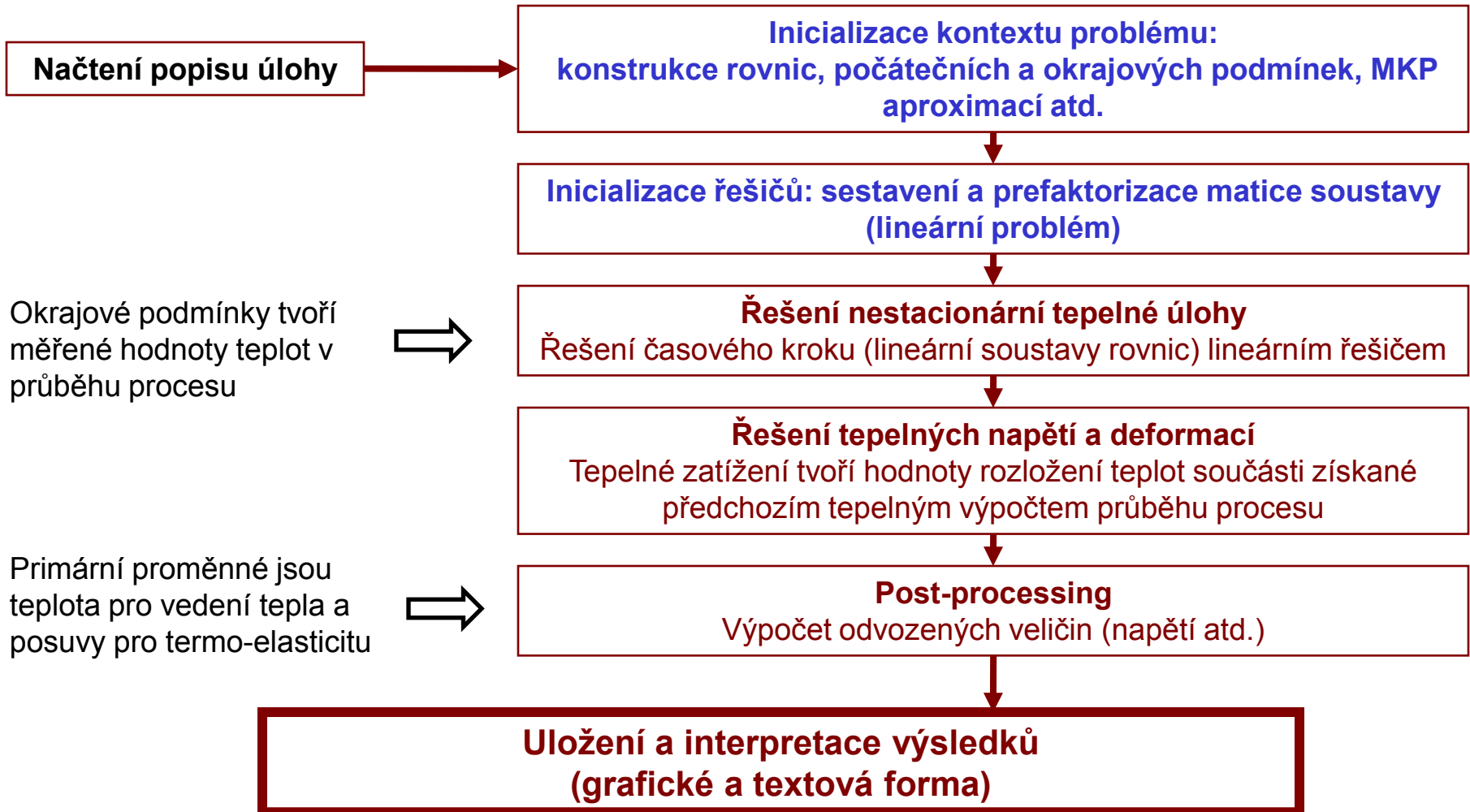
$$\int_{\Omega} s \frac{\partial T}{\partial t} + \int_{\Omega} c \nabla T : \nabla s + \int_{\Gamma} \beta q (T - T_{\infty}) = 0, \quad \forall s \in V_0^T$$

2. Thermo-elasticita: najít $u \in V^u$ takové, že pro dané T

$$\int_{\Omega} D_{(4)} : \underline{\underline{e}}(\underline{v}) \underline{\underline{e}}(\underline{u}) - \int_{\Omega} \bar{\alpha} (T - T_0) \underline{\underline{I}} : \underline{\underline{e}}(\underline{v}) = 0, \quad \forall v \in V_0^u$$

2. Popis softwaru

2.6 Vnitřní struktura programu – schéma řešení



2. Popis softwaru

2.7 Instalace

Pro spuštění výpočetního software na systémech založených na MS Windows je potřeba provést instalaci prostředí Python a matematických MKP knihoven SfePy

- **Meta-distribuce Python (2 možnosti):**

- Enthought Python Distribution (EPD) - volně šiřitelná a bezplatná pro akademické účely (<http://www.enthought.com/products/epd.php>)
- Python(x,y) - volně šiřitelná a bezplatná (<http://www.pythonxy.com/foreword.php>)

- **SfePy:**

- Systém knihoven (především v jazyce Python, některé rutiny v jazyce C) pro matematické a MKP výpočty vytvořených a dále rozvíjených na pracovišti ZČU (Cimrman, R. a kol., SfePy: Simple Finite Elements in Python) ve spolupráci s dalšími přispěvateli
- SfePy je bezplatný, volně šiřitelný balík (open source - BSD License)
- SfePy: <http://sfepy.org>

Na systémech založených na Linuxu je třeba postupovat podle konkrétní distribuce, viz <http://docs.sfepy.org/doc/introduction.html#installation>